

QR -rozklad

1. (2 body) Podrobne ukážte, že ak

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ 0 \end{pmatrix},$$

tak

$$\cos \varphi = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}} \qquad \sin \varphi = -\frac{x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}$$

2. (6 bodov) Nájdite QR rozklad matice A

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 21 \\ 13 & 24 \\ 21 & 55 \\ 34 & 89 \end{pmatrix}$$

pomocou GSO, modifikovanej GSO, matíc odrazu a Givensových matíc rotácií. Počítajte s presnosťou na 4 platné číslice. Pre každý takto získaný rozklad spočítajte $\|I - Q^T Q\|_2$.

3. (3 body) Naprogramujte funkciu, ktorá spočíta QR rozklad matice A pomocou matíc odrazu,
4. (3 body) Naprogramujte funkciu, ktorá spočíta QR rozklad matice A pomocou Givensových matíc rotácií.
5. (2 body) Porovnajte rýchlosť vašich implementácií QR rozkladu z predošlých príkladov pre štvorcové matice A . T.j. zostrojte graf času výpočtu v závislosti od rozmeru matice.