

Zadanie 3.

1. (3 body) Vypočítajte determinanty a čísla podmienenosti pre nasledové matice

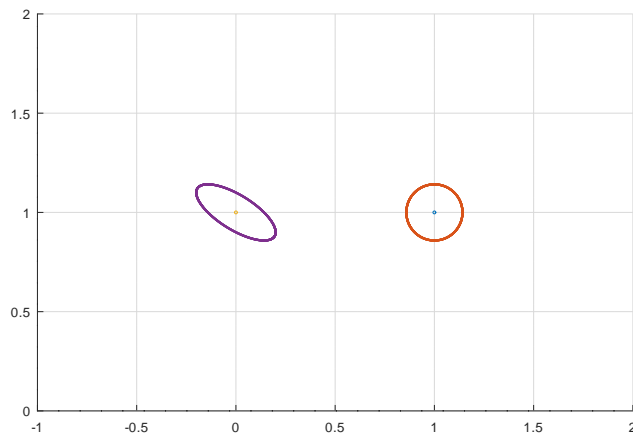
$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 1/100 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1/100 & 0 \\ 0 & 1/100 \end{pmatrix}$$

Čo získané výsledky hovoria o determinante ako miere singularity matice?

2. (6 bodov) Pre systém

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 4 & 9 \\ 8 & -6 & -8 & -6 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \right)$$

- (a) Overte, že $(1, 1, 1)^T$ je riešenie systému.
- (b) Riešte systém s presnosťou na 3 platné číslice použitím GEM.
- (c) Zmeňte prvok v ľavom hornom rohu za 3.1 a riešte takto pozmenený systém s presnosťou na 6 platných číslic.
- (d) Vypočítajte číslo podmienenosti matice systému.
3. (3 body) Naprogramujte funkciu 'PreImg', ktorej vstupom bude štvorcová 2×2 matica A , 2-vektor b a číslo $p > 0$. Funkcia zobrazí rovinu, v ktorej bude vyznačený bod b spolu s kružnicou S ohraničujúcou tie body, ktorých relatívna chyba vzhľadom na b je nanajvýš p . V tej istej rovine bude tiež zobrazený bod x , ktorý je riešením rovnice $Ax = b$ spolu s hranicou okolia tých bodov, ktoré sa zobrazia na kružnicu S . Funkciu použite na prípady rôznych dobre podmienených a zle podmienených matíc. Ako by ste na základe pozorovaní charakterizovali zle podmienené matice? (Ak chcete, môžete funkciu pridať ešte ďalšie vstupy, xMin, xMax, yMin, yMax, kde si užívateľ môže zvoliť výsek roviny medzi uvedenými súradnicami. Môžete predpokladať, že užívateľ vždy zadá korektný vstup).



Obr. 1: Ukážka výstupu k úlohe 3. Modrý bod b s okolím s relatívnou chybou 0.1 (červená kružnica). Žltý bod je vzor bodu b , fialová elipsa je vzor okolia bodu b

4. (3 body bonus) Implementujte LTL^T rozklad matice. Ďalšie 2 body získate, ak tento rozklad získate implementovaním Aasenovej metódy.