

Cvičenie 7

1. Nájdite dotykovú rovinu k rotačnému paraboloidu $P(u, v)$ s profilom $Q(u) = (u, u^2)$, $u > 0$ v bode $P(1, 0)$. [$P(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u^2)$, $\tau : 2x - z - 1 = 0$, alebo $\tau : x = 1 + s, y = t, z = 1 + 2s$]
2. Vypočítajte prvú základnú formu rotačného paraboloidu z príkladu 1. [$ds^2 = (2u + 1)du^2 + u^2dv^2$]
3. Nájdite dotykovú rovinu k torusu $P(u, v) = ((a + b \cos u) \cos v, (a + b \cos u) \sin v, b \sin u)$, $(u, v) \in \langle 0, 2\pi \rangle \times \langle 0, 2\pi \rangle$, $a > b > 0$, v bode $P(\pi/4, \pi/4)$. [$\tau : x = (1 - t)(a\sqrt{2}/2 + b/2) - sb/2, y = (1 + t)(a\sqrt{2}/2 + b/2) - sb/2, z = (1 + s)b\sqrt{2}/2$, alebo $\tau : x + y + \sqrt{2}z - \sqrt{2}a - 2b = 0$]
4. Vypočítajte prvú základnú formu torusu z príkladu 3. [$ds^2 = b^2du^2 + (a + b \cos u)^2dv^2$]
5. Nájdite dotykovú rovinu k rotačnému jednodielnému hyperboloidu s profilom $Q(u) = (\cosh u, \sinh u)$, $u \in \langle -\infty, \infty \rangle$, vo všeobecnom bode $P(u, v)$. [$\tau : (\cosh u \cos v)x + (\cosh u \sin v)y - (\sinh u)z - 1 = 0$]
6. Vypočítajte prvú základnú formu rotačného hyperboloidu z príkladu 5. [$ds^2 = \cosh 2u du^2 + \cosh^2 u dv^2$]
7. Nájdite dotykovú rovinu k priamkovej ploche $P(u, v)$ s riadiacou krivkou $Q(u) = (\cos u, \sin u, 0)$ a vektorovou funkciou $\mathbf{a}(u) = (-\sin u, \cos u, 1)$, $u \in \langle 0, 2\pi \rangle$ v bode $P(0, 0)$
8. Nájdite prvú základnú formu priamkovej plochy z príkladu 7.
9. Ukážte, že parametrizácia z príkladu 7 je parametrizácia rotačného jednodielneho hyperboloidu $x^2 + y^2 - z^2 = 1$.