

## Cvičenie 5

Evolventa (tiež involuta) regulárnej krivky  $P(t)$  so začiatkom v bode  $P(t_0)$  je krivka s parametrickým vyjadrením

$$P^\bullet(t) = P(t) - l(t_0, t)\mathbf{t}(t)$$

kde  $l(t_0, t)$  je dĺžka úseku krivky  $P(u)$ ,  $t_0 \leq u \leq t$ .

Ak krivka má singulárne body, je možné ju rozdeliť na úseky bez singulárnych bodov.

1. Nájdite evolventu kružnice  $P(t) = (a \cos t, a \sin t)$  so začiatkom v bode  $P(0)$ .
2. Nájdite evolventu reťazovky  $P(t) = (t, \cosh t)$  so začiatkom v bode  $P(0)$ . (traktrix).
3. Nájdite evolventu skrutkovice  $P(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$  (=evolventa kružnice).
- 4\* Nájdite evolventu cykloidy  $P(t) = (t - \sin t, \cos t - 1)$  (posunutá cykloida).

Evoluta regulárnej krivky  $P(t)$  bez inflexných bodov je krivka s parametrickým vyjadrením

$$P_\bullet(t) = P(t) + \frac{\mathbf{n}(t)}{k(t)}$$

t.j. je to krivka pozostávajúca zo všetkých stredov krivosti krivky  $P(t)$ .

1. Nájdite evolutu kružnice  $P(t) = (a \cos t, a \sin t)$  so začiatkom v bode  $P(0)$ . (bod  $(0, 0)$ )
2. Nájdite evolutu paraboly  $P(t) = (at^2, 2at)$ ,  $a > 0$ . (afinne transformované semikubická parabola  $(2a + 3at^2, -2at^3)$ .)
3. Nájdite evolutu elipsy  $P(t) = (a \cos t, b \sin t)$ .  $\left[ \left( \left( \frac{a^2 - b^2}{a} \right) \cos^3 x, \left( \frac{b^2 - a^2}{b} \right) \sin^3 x \right) \right]$
- 4\* Nájdite evolutu grafu funkcie  $y = f(x)$ .