

Domáca úloha č. 8, 9

Zverejnená 12.4.2021. Odovzdáva sa elektronicky do 19.4.2021 na algebrafmfi@gmail.com

V častiach a) sú R_1, R_2, R okruhy. Vašou úlohou je zistiť, či pre ľubovoľné okruhy je dané zobrazenie homomorfizmus a tiež, či je to izomorfizmus. (Odpoveď treba zdôvodniť, t.j. uviesť dôkaz alebo kontrapríklad.)

Ako obvykle $R_1 \times R_2$ označuje okruh s operáciami definovanými po súradniciach:

$$(a, b) + (a', b') = (a + a', b + b')$$

$$(a, b) \cdot (a', b') = (a \cdot a', b \cdot b')$$

1. a) Zobrazenie $f: R_1 \rightarrow R_1 \times R_2$ definované predpisom $f(r) = (r, 0)$. (1 bod)
b) Zistite, či existuje izomorfizmus okruhov $(3\mathbb{Z}, +, \cdot)$ a $(6\mathbb{Z}, +, \cdot)$ (1 bod)
2. a) Zobrazenie $p: R_1 \times R_2 \rightarrow R_1$ definované predpisom $p(r_1, r_2) = r_1$. (1 bod)
b) Zistite, či existuje izomorfizmus okruhov $(3\mathbb{Z}, +, \cdot)$ a $(4\mathbb{Z}, +, \cdot)$ (1 bod)
3. a) Zobrazenie $g: R_1 \times R_2 \rightarrow R_2 \times R_1$ definované predpisom $g(r_1, r_2) = (r_2, r_1)$. (1 bod)
b) Zistite, či existuje izomorfizmus okruhov $(3\mathbb{Z}, +, \cdot)$ a $(5\mathbb{Z}, +, \cdot)$ (1 bod)
4. a) Zobrazenie $d: R \rightarrow R \times R$ definované predpisom $d(r) = (r, r)$. (1 bod)
b) Zistite, či existuje izomorfizmus okruhov $(4\mathbb{Z}, +, \cdot)$ a $(6\mathbb{Z}, +, \cdot)$ (1 bod)

Rozdelenie – podľa priezviska: 1 riešia A-G, 2 riešia H-M, 3 riešia N-R, 4 riešia S-Z